Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin OMEC nr. 6250/21.12.2020.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu programa școlară pentru susținerea Evaluării Naționale pentru absolvenții clasei a VIII-a și cu modelul de structură de subiect și baremul de evaluare și notare în vigoare.

Redactare: Iuliana Ene, Roxana Pietreanu, Ionuț Burcioiu
Tehnoredactare: Adriana Vlădescu, Carmen Rădulescu, Mioara Benza
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie
Credite foto: shutterstock.com

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
Evaluarea Națională – Matematică 8 – 2024 / Gabriel Popa, Adrian Zanoschi, Gheorghe Iurea, Dorel Luchian. – Pitești : Paralela 45, 2023
ISBN 978-973-47-3954-7

I. Popa, Gabriel
II. Zanoschi, Adrian
III. Iurea, Gheorghe
IV. Luchian, Dorel

51

8

Gabriel Popa, Adrian Zanoschi,
Gheorghe Iurea, Dorel Luchian

EVALUAREA NAȚIONALĂ

matematică

2024

Editura Paralela 45

MEMORATOR DE MATEMATICĂ

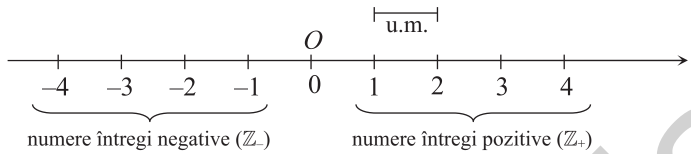
A L G E B R Ă

MULȚIMI NUMERICE

$\mathbb{N}$ – mulțimea numerelor naturale; $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$, $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{Z}$ – mulțimea numerelor întregi; $\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{Z}_+ = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\}$; $\mathbb{Z}_- = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 0\}$.



$\mathbb{Q}$ – mulțimea numerelor raționale; $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \,\middle|\, a \in \mathbb{Z} \text{ și } b \in \mathbb{Z}^* \right\}$. $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\mathbb{Q}_+ = \{x \in \mathbb{Q} \mid x > 0\}$; $\mathbb{Q}_- = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 0\}$.

$\mathbb{R}$ – mulțimea numerelor reale, $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ = mulțimea numerelor iraționale.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

OPERAȚII CU MULȚIMI

Reuniunea: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$. Intersecția: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}$.

Diferența: $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}$.

OPERAȚII CU NUMERE

Factor comun: $f \cdot a \pm f \cdot b = f \cdot (a \pm b)$, $\forall\, a, b, f \in \mathbb{R}$.

$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{(1+n)\cdot n}{2}$, $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$. $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$, $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$ (citim: „n factorial”); $0! = 1$.

Opusul numărului real r este numărul real $-r$. Inversul numărului real nenul r este numărul real $r^{-1} = \frac{1}{r}$.

TEOREMA ÎMPĂRȚIRII CU REST

În $\mathbb{N}$: $\forall\, a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0, \exists!\, c, r \in \mathbb{N}$ astfel încât $a = b \cdot c + r$, $0 \le r < b$.

În $\mathbb{Z}$: $\forall\, a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0, \exists!\, c \in \mathbb{Z}, r \in \mathbb{N}$ astfel încât $a = b \cdot c + r$, $0 \le r < |b|$.

DIVIZIBILITATE ÎN $\mathbb{N}$

Pentru $d, m \in \mathbb{N}$ spunem că $d \mid m$ dacă există $x \in \mathbb{N}$ astfel încât $m = d \cdot x$.

Proprietăți:

P_1: $1 \mid n$; $n \mid 0$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$;

P_2: Dacă $a, d \in \mathbb{N}$ și $d \mid a$, atunci $d \mid a \cdot n$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$;

P_3: Dacă $a, b, d \in \mathbb{N}$, $d \mid a$ și $d \mid b$, atunci $d \mid (a \pm b)$.

Criterii de divizibilitate:

I. Folosind ultima cifră a numărului: $2 \mid n \Leftrightarrow u(n) \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$; $5 \mid n \Leftrightarrow u(n) \in \{0, 5\}$; $10 \mid n \Leftrightarrow u(n) = 0$.

II. Folosind suma cifrelor numărului: $3 \mid n \Leftrightarrow 3 \mid S(n)$; $9 \mid n \Leftrightarrow 9 \mid S(n)$.

III. Folosind ultimele două cifre ale numărului: $4 \mid \overline{a...xy} \Leftrightarrow 4 \mid \overline{xy}$; $25 \mid \overline{a...xy} \Leftrightarrow 25 \mid \overline{xy}$.

GEOMETRIE

UNITĂȚI DE MĂSURĂ

Tipul măsurătorii \ Unitatea de exprimare	Submultiplii	Unitatea principală	Multiplii
Lungime	**mm** $\rightleftarrows$ **cm** $\rightleftarrows$ **dm**	**m**	**dam** $\rightleftarrows$ **hm** $\rightleftarrows$ **km**
Suprafață	$\mathbf{mm^2}$ $\rightleftarrows$ $\mathbf{cm^2}$ $\rightleftarrows$ $\mathbf{dm^2}$	$\mathbf{m^2}$	$\mathbf{dam^2}$ $\rightleftarrows$ $\mathbf{hm^2}$ $\rightleftarrows$ $\mathbf{km^2}$
Volum	$\mathbf{mm^3}$ $\rightleftarrows$ $\mathbf{cm^3}$ $\rightleftarrows$ $\mathbf{dm^3}$	$\mathbf{m^3}$	$\mathbf{dam^3}$ $\rightleftarrows$ $\mathbf{hm^3}$ $\rightleftarrows$ $\mathbf{km^3}$

Pentru suprafețe:

1 ha = 100 ari = 10 000 m^2; 1 ar = 100 m^2.

Pentru capacitate, unitatea principală este litrul (ℓ).

1 dm^3 = 1 ℓ; 1 cm^3 = 1 mℓ; 1 m^3 = 1000 ℓ.

Unitatea principală pentru masă este kilogramul (kg).

1 kg = 1000 g; 1 t = 1000 kg; 1 q = 100 kg.

Unitatea principală pentru măsurarea timpului este secunda (s).

1 min = 60 s; 1 h = 60 min; 1 zi = 24 h.

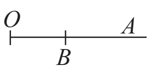
UNGHIUL

Unghi = reuniunea a două semidrepte având aceeași origine.

Unghiurile se măsoară în grade, minute și secunde: 1° = 60'; 1' = 60".

Clasificarea unghiurilor:

Unghi nul

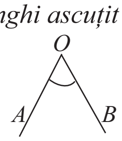


$\sphericalangle AOB = 0°$

Unghi alungit

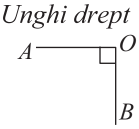
$\sphericalangle AOB = 180°$

Unghi ascuțit



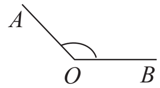
$\sphericalangle AOB < 90°$

Unghi drept



$\sphericalangle AOB = 90°$

Unghi obtuz



$\sphericalangle AOB > 90°$

Unghiuri congruente = unghiuri care au aceeași măsură.

Bisectoarea unui unghi = semidreapta cu originea în vârful unghiului, situată în interiorul acestuia, care îl împarte în două unghiuri congruente.

Unghiuri adiacente: au același vârf, o latură comună și nu au puncte interioare comune.

Unghiuri complementare: două unghiuri care au suma măsurilor de 90°.

Unghiuri suplementare: două unghiuri care au suma măsurilor de 180°.

Unghiuri opuse la vârf: două unghiuri cu vârful comun și laturile în prelungire.

Două unghiuri opuse la vârf sunt congruente.

Drepte paralele: două drepte coplanare, fără puncte comune.

Drepte perpendiculare: două drepte concurente care formează un unghi drept.

TEME RECAPITULATIVE

TEMA 1. Numere naturale. Numere întregi

1. Calculați:
a) $60 - 40 : 4$; b) $25 - 20 : (13 - 8)$; c) $142 : (1 + 2 \cdot 35)$; d) $12 + 60 : [14 - 2 \cdot (3 + 2)]$.
2. Aflați numărul natural de două cifre care adunat cu suma cifrelor sale dă 54.
3. Suma a două numere naturale este 11. Care este valoarea minimă și valoarea maximă a produsului lor?
4. Determinați toate numerele naturale n, știind că n împărțit la 12 dă câtul 5 și restul un pătrat perfect.
5. Determinați toate numerele naturale care, împărțite la un număr de două cifre, dau câtul 10 și restul 97.
6. Aflați numerele naturale a și b, știind că suma lor este egală cu 19, iar a împărțit la b dă câtul și restul 3.
7. Suma a trei numere naturale este 502. Aflați cele trei numere, știind că al doilea este triplul primului și că, împărțind pe al treilea la al doilea, obținem câtul 7 și restul 2.
8. Determinați numărul $\overline{abc}$, știind că $b = a + 2c$ și $\overline{abc}$ împărțit la 112 dă câtul a și restul 59.
9. Calculați:
a) $2^3 + 3^2 - 4^0$; b) $0^7 + 3^{10} : 3^8 - 9$;
c) $(2^5)^{12} : 2^{56} - 3^{20} : 3^{18}$; d) $25^7 : 5^{14} + 3^{90} : 27^{29}$;
e) $(2 \cdot 2^2 \cdot 2^5)^{10} : 2^{75}$; f) $(2^3 \cdot 3^4)^{12} : (2^{35} \cdot 3^{45})$;
g) $(2^{10} + 2^{11} + 2^{12}) : 2^{10}$; h) $2^5 - 3 \cdot [3 \cdot 7 - 2 \cdot (6^2 - 2^3) : 4] + 1^{123}$.
10. Fie numerele naturale $a = 2^{29} + 2^{40} : 2^{11}$ și $b = 12^{20} : 2^{40}$.
a) Arătați că $a = 2^{30}$. b) Comparați numerele a și b.
11. a) Arătați că numărul natural $a = 5 \cdot 3^{42} + 9^{20} - 10 \cdot 3^{40}$ este pătrat perfect.
b) Demonstrați că numărul natural $b = 3^{42} + 2^{43}$ nu este pătrat perfect.
12. Fie numărul natural $a = 1 + 3 + 3^2 + ... + 3^{10} + 3^{11}$.
a) Arătați că a este număr par. b) Arătați că numărul a este divizibil cu 10.
13. Demonstrați că numărul natural $a = 2^{n+3} \cdot 7^n + 7^{n+1} \cdot 2^n - 3 \cdot 14^n$ se divide cu 12, pentru orice număr natural n.
14. Demonstrați că, dacă $\overline{ab} = 3 \cdot \overline{cd}$, atunci numărul natural $\overline{abcd}$ se divide cu 7.
15. Determinați toate numerele prime p, q, r, știind că $p + 4q + 54r = 392$.
16. a) Descompuneți în factori primi fiecare dintre numerele: 56, 72, 144 și 2700.
b) Câți divizori naturali are numărul 48?
17. Determinați toate valorile posibile ale numărului natural n în fiecare dintre următoarele cazuri:
a) $n = \overline{7x}$ și $2 \mid n$; b) $n = \overline{6xy}$, $2 \mid n$ și $9 \mid n$;
c) $n = \overline{x5y}$, $4 \mid n$ și $3 \mid n$; d) $n = \overline{1xy}$, $5 \mid n$ și suma cifrelor lui n este 8.
18. Calculați cel mai mare divizor comun și cel mai mic multiplu comun pentru următoarele numere:
a) 48, 60; b) 12, 15, 18.
19. Elevii unei clase au cumpărat 168 de mere, 96 de portocale și 72 de banane. Ei vor să facă pachete cu fructe pentru a le oferi unui cămin de bătrâni. Toate pachetele trebuie să fie la fel și să conțină și mere și portocale și banane. Care este cel mai mare număr de pachete pe care pot să le facă elevii?
20. La o florărie, vânzătoarea observă că, dacă grupează toate florile câte 18 și toate florile câte 24, rămân de fiecare dată câte trei flori. Aflați câte flori sunt în florărie, știind că numărul lor este cuprins între 450 și 570.
21. La o ședință de pregătire, antrenorul împarte sportivii în grupe numeric egale (cu cel puțin 2 sportivi) pentru diverse exerciții. Dacă face grupele de câte 6 sportivi, rămân 3 sportivi în afară, dacă face grupele de câte 4, rămâne unul în afară, iar dacă face grupele de câte 9, atunci 6 dintre sportivi nu sunt folosiți. Aflați câți sportivi are antrenorul, știind că numărul lor este mai mic decât 50. Cum ar trebui să facă grupele antrenorul, pentru ca să nu rămână sportivi pe dinafară și numărul grupelor să fie cât mai mare?
22. Sanda a cumpărat CD-uri în valoare de 486 de lei. Unele CD-uri au costat 54 de lei, iar celelalte au costat 90 de lei. Aflați câte CD-uri a cumpărat Sanda.
23. a) Ordonați crescător numerele întregi: 1, –3, 0, –2, –7, 9, 4.
b) Ordonați descrescător numerele întregi: –4, 1, 3, –2, 7, –1, –5.

TEMA 5. Calcul algebric

1. Fie $a = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$.

a) Arătați că $a^2 - a - 1 = 0$.
b) Calculați $(3a^2 - 3a - 4)^{2021}$.

2. Fie a, b, x numere reale astfel încât $2a - x = -5$ și $x - 3b = 7$.

a) Găsiți trei numere a, b, x care verifică condițiile date.
b) Calculați $E = x^2 - x(2a + 3b) + 6ab$.

3. Considerăm numerele naturale a, b, c, astfel încât $a - 3b + 9c = 0$.

a) Determinați a și c, știind că $b = 8$.
b) Arătați că numărul $n = b^2 - 4ac$ este pătrat perfect.

4. Fie $a = 1-\sqrt{2}$ și $E(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 9x + 4$.

a) Arătați că $a^2 - 2a - 1 = 0$.
b) Arătați că $E(a)$ este număr întreg.

5. Considerăm $E(x) = (2x + 1)^2 - (x - 1)^2 + (x - 2)(x + 2) - 3x^2 + 13$.

a) Calculați $E(-5)$.
b) Arătați că $E(n)$ este număr natural pătrat perfect, pentru orice număr întreg.

6. Fie a și b două numere reale astfel încât $25a^2 - 9b^2 = 175$ și $3b - 5a = 5$.

a) Determinați b, știind că $a = -4$.
b) Calculați $15a + 9b + 100$.

7. Fie $n = x^2 + 2x - 35$, $x \in \mathbb{R}$.

a) Verificați că $n = (x - 5)(x + 7)$.
b) Determinați numerele întregi x pentru care n este număr prim.

8. Fie a cifră nenulă și numărul $E = \sqrt{\overline{a6}\cdot\overline{a8}+1} - \sqrt{\overline{a2}\cdot\overline{a6}+4}$.

a) Verificați că $\overline{a6}\cdot\overline{a8}+1$ este pătrat perfect.
b) Arătați că numărul E nu depinde de a.

9. Considerăm expresia $E(a, b) = -a^2 - 5b^2 - 6ab + 6b - 6a + 9$, $a, b \in \mathbb{R}$.

a) Dacă $a + b = 3$, arătați că $E(a, b)$ nu depinde de a și b.
b) Calculați suma $S = E(-10, 13) + E(-9, 12) + E(-8, 11) + ... + E(-1, 4) + E(0, 3)$.

10. Fie x, y numere reale și expresia $E(x, y) = 6xy + 4x - 3y - 19$.

a) Arătați că $E(x, y) = (2x - 1)(3y + 2) - 17$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
b) Dați un exemplu de două numere iraționale a și b, pentru care numărul $E(a, b)$ este natural.

11. Considerăm $E(x) = x^2 - x - 2$, $x \in \mathbb{R}$.

a) Arătați că $4E(x) = (2x - 1)^2 - 9$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
b) Determinați minimul expresiei $E(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

12. Pentru fiecare număr întreg n considerăm numărul $a(n) = \dfrac{n^3}{6} - \dfrac{n^2}{2} + \dfrac{n}{3}$.

a) Calculați $a(-5)$.
b) Arătați că $a(n)$ este număr întreg, pentru orice n număr întreg.

13. a) Dacă $a, b \in \mathbb{Q}$ și $a + b\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$, arătați că $b = 0$.

b) Determinați numerele naturale n pentru care $\dfrac{n}{10}(\sqrt{2}+1)^2 + (-1)^n(\sqrt{2}-1) \in \mathbb{Q}$.

14. Considerăm expresia $E(x) = x^2 + 4x + 5$, $x \in \mathbb{R}$.

a) Arătați că $E(x) \geq 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
b) Determinați numerele reale a, b, c, știind că $E(a) + E(b) + E(c) = 3$.

TEMA 11. Cercul

1. Fie OA și OB două raze perpendiculare ale cercului $\mathscr{C}(O, r)$, cu $r = 6$ cm, M este punct al arcului mic $\overset{\frown}{AB}$, iar C și D sunt proiecțiile lui M pe OA, respectiv OB (figura 1). Determinați lungimea segmentului CD.

2. Două cercuri $\mathscr{C}_1(O_1, 6\text{ cm})$ și $\mathscr{C}_2(O_2, 6\text{ cm})$ se intersectează în punctele A și B. Centrul O_2 al celui de-al doilea cerc se află pe cercul $\mathscr{C}_1$ (figura 2).
a) Care este natura patrulaterului AO_1BO_2?
b) Determinați aria patrulaterului AO_1BO_2.

3. Fie A, B, C trei puncte ale cercului $\mathscr{C}(O)$ astfel încât $\sphericalangle AOB = 120°$ și $\sphericalangle BOC = 140°$ (figura 3). Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC.

4. Fie A, B, C trei puncte pe cercul de centru O astfel încât $\sphericalangle ABC = 90°$ și $\sphericalangle BAC = 30°$ (figura 4).
a) Aflați măsurile arcelor mici $\overset{\frown}{AB}$ și $\overset{\frown}{BC}$.
b) Demonstrați că punctele A, O și C sunt coliniare.

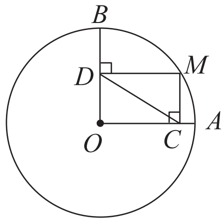


Figura 1

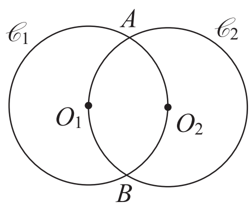


Figura 2

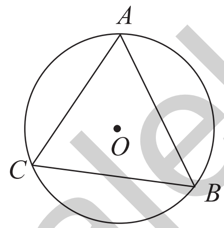


Figura 3

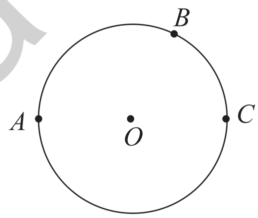


Figura 4

5. Pe un cerc se consideră punctele A, B, C, D, în această ordine, astfel încât $\sphericalangle ADC = 100°$ și $\sphericalangle ACB = 30°$ (figura 5). Determinați măsura unghiului BAC.

6. Fie AB și CD două diametre ale cercului $\mathscr{C}(O)$, astfel încât $\sphericalangle BCD = 50°$ (figura 6). Determinați măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOD$ și $\sphericalangle ACD$.

7. Coardele AB și CD ale cercului $\mathscr{C}$ se intersectează în punctul P (figura 7). Se știe că $\sphericalangle BAC = 25°$ și $\sphericalangle ABD = 20°$. Determinați măsura unghiului $\sphericalangle BPC$.

8. În interiorul cercului $\mathscr{C}(O, r)$, cu $r = 5$ cm, se consideră punctul M astfel încât $OM = 3$ cm. Coarda AB are mijlocul în punctul M (figura 8).
a) Demonstrați că $OM \perp AB$.
b) Determinați lungimea coardei AB.

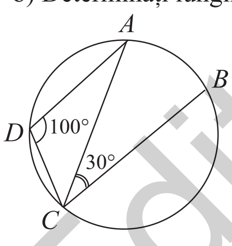


Figura 5

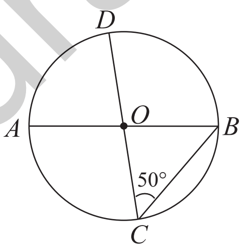


Figura 6

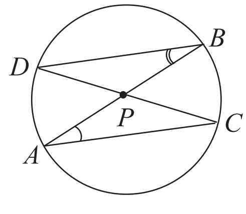


Figura 7

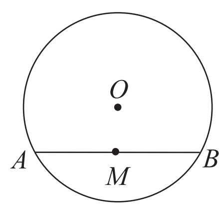


Figura 8

9. Fie AB o coardă a cercului $\mathscr{C}(O, r)$, cu $r = 4$ cm (figura 9). Lungimea coardei AB este $4\sqrt{3}$ cm.
a) Aflați distanța de la centrul cercului la dreapta AB.
b) Determinați măsura unghiului $\sphericalangle AOB$.

10. În figura 10, AB și CD sunt două coarde paralele ale cercului $\mathscr{C}(O, r)$, astfel încât $O \in \text{Int}(ABCD)$. Se știe că $r = 8$ cm, $AB = 8$ cm și $CD = 4\sqrt{13}$ cm. Aflați distanța dintre dreptele AB și CD.

11. AB și AC sunt două coarde perpendiculare și congruente ale cercului $\mathscr{C}(O, r)$, cu $r = 4\sqrt{2}$ cm.
a) Demonstrați că punctele B, O și C sunt coliniare (figura 11).
b) Aflați lungimea coardei AB și distanța de la centrul cercului la coarda AB.

TEMA 14. Corpuri rotunde

1. Pătratul $ABCD$, cu $AB = 10$ cm, este secțiunea axială a unui vas cilindric circular drept (figura 1). Se toarnă în vas 157 ml de apă. Determinați înălțimea la care se ridică apa. (Se va considera valoarea aproximativă $\pi = 3{,}14$.)

2. Un cilindru metalic are raza de 6 cm și înălțimea de 25 cm (figura 1). Se cunoaște că 3 cm^3 de metal cântăresc 5 g. Arătați că masa cilindrului este mai mare de 4,7 kg.

3. O piesă metalică are forma unui cilindru circular drept având diametrul bazei de 14 cm și generatoarea de 12,5 cm (figura 1). Se vopsește suprafața laterală a piesei utilizând câte trei grame de vopsea la fiecare 5 cm^2 de suprafață.

a) Arătați că 330 g vopsea sunt suficiente pentru a vopsi piesa.

b) Se scufundă piesa într-un vas mai mare, plin cu apă. Demonstrați că din vas vor curge mai puțin de 2 ℓ de apă.

(Se va utiliza valoarea aproximativă $\pi = 3\frac{1}{7}$.)

4. În figura 2, dreptunghiul AA_1D_1D, cu $AA_1 = 12$ dm și $AD = 10$ dm reprezintă desfășurarea suprafeței laterale a unui cilindru.

a) Aflați aria laterală a cilindrului.

b) Determinați volumul cilindrului.

5. O doză de suc are forma unui cilindru circular drept cu volumul egal cu 90π cm^3 și generatoarea de 10 cm (figura 3). Dreptunghiul $ABCD$ este o secțiune axială a cilindrului, iar E este un punct pe segmentul BC, astfel încât $CE = 3$ cm.

a) Aflați lungimea razei bazei.

b) O furnică se deplasează pe suprafața laterală a dozei, din punctul A în punctul E, pe un drum de lungime minimă. Demonstrați că lungimea drumului este mai mică de 12 cm.

6. O piesă din lemn având forma unui cilindru circular drept cu $\mathcal{A}_l = 560\pi$ cm^2 și $\mathcal{A}_t = 760\pi$ cm^2 se cioplește, transformându-se într-o prismă patrulateră regulată $ABCDA_1B_1C_1D_1$, cu pierderi minime de material (figura 4).

a) Aflați lungimea generatoarei cilindrului.

b) Determinați volumul de lemn pierdut prin cioplire.

(Se va utiliza valoarea aproximativă $\pi = \frac{22}{7}$.)

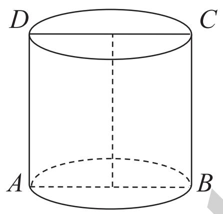


Figura 1

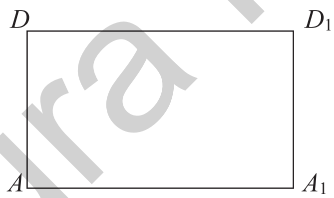


Figura 2

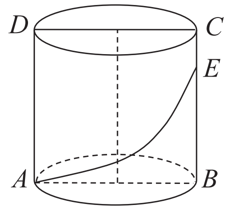


Figura 3

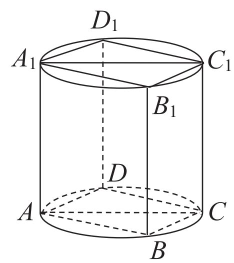


Figura 4

7. Triunghiul echilateral VAB este o secțiune axială a unui con circular drept (figura 5). Aria triunghiului VAB este $9\sqrt{3}$ cm^2. Aflați aria laterală a conului.

8. Un comerciant vinde popcorn în cornete de hârtie având formă de con circular drept cu generatoarea $VA = 12{,}5$ cm și înălțimea $VO = 12$ cm (figura 6).

a) Aflați numărul maxim de cornete care pot fi confecționate dintr-un metru pătrat de hârtie.

b) Se știe că 56 cm^3 de popcorn cântăresc 40 g. Aflați masa unei cornet plin.

(Se va considera valoarea aproximativă $\pi = 3\frac{1}{7}$.)

9. Prin înfășurarea unei foi de tablă având forma unui sector de disc cu unghiul la centru $\alpha = 120°$ se obține un vas în formă de con circular drept cu înălțimea de 20 cm (figura 7).

a) Aflați raza bazei conului.

b) Stabiliți dacă încape 1 litru de apă în vasul obținut.

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ

✦ TESTUL 1 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cel mai mare număr natural care împărțit la 7 dă câtul 10 este egal cu:
a) 70; **b)** 71; **c)** 76; **d)** 77.

(5p) **2.** Un telefon care costă 1000 de lei se ieftinește cu 10%, iar noul preț se mărește cu 10%. Diferența dintre prețul inițial și prețul final al telefonului este egală cu:
a) 0 lei; **b)** 1 leu; **c)** 10 lei; **d)** 20 de lei.

(5p) **3.** Diferența dintre cel mai mic și cel mai mare număr întreg din intervalul $(-3, 5]$ este egală cu:
a) -8; **b)** -7; **c)** -6; **d)** 2.

(5p) **4.** Dintre următoarele șiruri de numere, cel scris în ordine crescătoare este:
a) $\frac{2}{3}; 0,5; \frac{5}{6}; 0,75;$ **b)** $\frac{5}{6}; 0,5; 0,75; \frac{2}{3};$ **c)** $0,5; 0,75; \frac{2}{3}; \frac{5}{6};$ **d)** $0,5; \frac{2}{3}; 0,75; \frac{5}{6}$.

(5p) **5.** Patru elevi, Ana, Bogdan, Cristi și Dana, au calculat rădăcina pătrată a produsului numerelor $\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{8}$ și $\sqrt{15}$. Rezultatele obținute de ei sunt trecute în tabelul următor:

Ana	**Bogdan**	**Cristi**	**Dana**
$2\sqrt{15}$	$10\sqrt{6}$	60	3600

Dintre cei patru elevi, cel care a obținut rezultatul corect este:
a) Ana; **b)** Bogdan; **c)** Cristi; **d)** Dana.

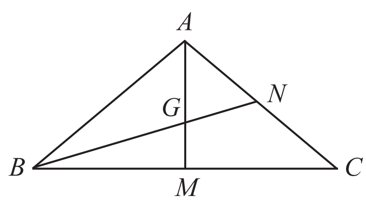
(5p) **6.** Teodor a parcurs într-o zi 24 km, adică $\frac{3}{5}$ din drumul pe care trebuia să-l străbată. Sora lui Teodor spune că lungimea totală a drumului pe care îl avea de parcurs Teodor este de 40 km. Afirmația surorii este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

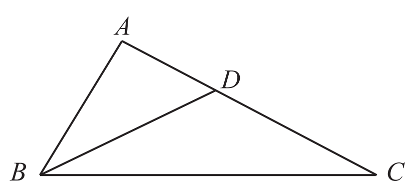
(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, coliniare, în această ordine. Punctul M este mijlocul segmentului AB, iar punctul N se află pe segmentul BC, astfel încât $BN = 2NC$. Dacă $AB = 6$ cm și $BC = 12$ cm, atunci lungimea segmentului MN este egală cu:

a) 6 cm; **b)** 9 cm; **c)** 11 cm; **d)** 15 cm.

(5p) **2.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AB = AC = 10$ cm și $BC = 16$ cm. Medianele AM și BN se intersectează în punctul G. Lungimea segmentului AG este egală cu:
a) 10 cm; **b)** 8 cm;
c) 6 cm; **d)** 4 cm.

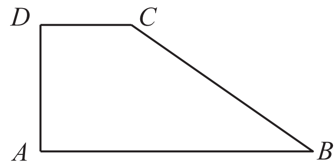


(5p) **3.** În figura alăturată este desenat un triunghi ABC cu $\measuredangle A = 90°$, $\measuredangle C = 30°$ și $AC = 6\sqrt{3}$ cm. Dacă BD este bisectoarea unghiului ABC, atunci lungimea segmentului AD este egală cu:
a) $2\sqrt{3}$ cm; **b)** $3\sqrt{3}$ cm;
c) $4\sqrt{3}$ cm; **d)** $5\sqrt{3}$ cm.



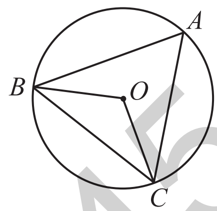
(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$, cu $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90°$, $AB = 6$ m, $BC = 5$ m și $CD = 2$ m. Aria trapezului $ABCD$ este egală cu:

a) 40 m^2; **b)** 24 m^2;
c) 12 m^2; **d)** 6 m^2.



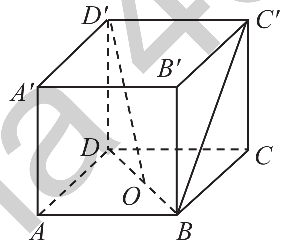
(5p) **5.** În figura alăturată este desenat triunghiul ABC înscris în cercul cu centrul în O. Dacă $\sphericalangle BOC = 150°$, atunci măsura unghiului BAC este egală cu:

a) 90°; **b)** 75°;
c) 60°; **d)** 45°.



(5p) **6.** În figura alăturată este desenat cubul $ABCDA'B'C'D'$. Punctul O este mijlocul segmentului BD. Măsura unghiului determinat de dreptele BC' și $D'O$ este egală cu:

a) 15°; **b)** 30°;
c) 45°; **d)** 60°.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Un biciclist a parcurs un drum în trei zile. În prima zi, el a parcurs cu 5 km mai puțin decât $\frac{1}{3}$ din lungimea drumului, a doua zi cu 15 km mai mult decât $\frac{1}{3}$ din rest, iar a treia zi ultimii 55 km.

(2p) **a)** Este posibil ca biciclistul să fi parcurs în prima zi 13 km? Justifică răspunsul dat.

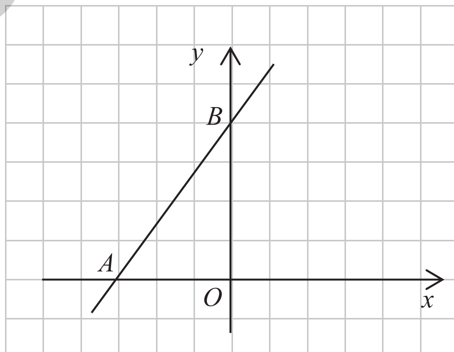
(3p) **b)** Determină lungimea totală a drumului.

2. Se consideră expresia $E(x) = (3x - 2)^2 - (x - 2)^2 + (x - 1)(x + 1) - 2x(4x - 1)$, unde x este număr real.

(2p) **a)** Calculează $E(2)$.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(x) \geq -10$, pentru orice număr real x.

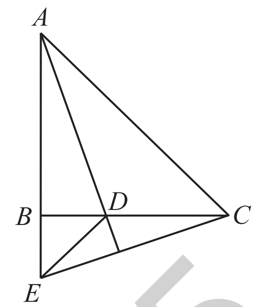
3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{4x+12}{3}$. Fie A și B punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy, ale sistemului de axe ortogonale xOy.



(2p) **a)** Determină coordonatele punctelor A și B.

(3p) **b)** Determină coordonatele punctului P, situat pe graficul funcției f, astfel încât $AB = BP$.

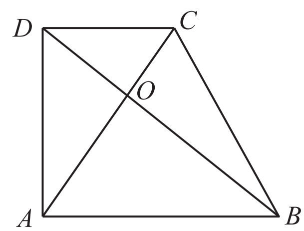
4. În figura alăturată sunt reprezentate triunghiurile dreptunghice isoscele ABC și DBE, cu $\sphericalangle ABC = \sphericalangle DBE = 90°$, punctul D fiind situat pe BC. Se știe că $BC = 3BD = 12$ cm.



(2p) **a)** Calculează aria triunghiului ADC.

(3p) **b)** Demonstrează că dreptele AD și EC sunt perpendiculare.

5. În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$, cu baza mare $AB = 16$ cm, baza mică $CD = 9$ cm și înălțimea $AD = 12$ cm. Diagonalele trapezului se intersectează în punctul O.



(2p) **a)** Calculează lungimea segmentului AO.

(3p) **b)** Demonstrează că diagonalele trapezului sunt perpendiculare.

✦ TESTUL 53 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului $(2^6 - 2^5 : 8) : 12 - 3$ este:
a) 2; **b)** 3; **c)** 4; **d)** 5.

(5p) **2.** Situația mediilor generale ale unor absolvenți de clasa a VIII-a, dintr-o unitate școlară, este redată în următorul tabel.

Interval medii	[5, 6)	[6, 7)	[7, 8)	[8, 9)	[9, 10)	10
Numărul de elevi	4	15	20	60	76	3

Numărul de elevi care au medii cel puțin egale cu 8 este:
a) 159; **b)** 60; **c)** 136; **d)** 139.

(5p) **3.** Cel mai mic element din mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -20 < x \leq 15\}$ este:
a) –21; **b)** –20; **c)** –19; **d)** 0.

(5p) **4.** Media aritmetică a șase numere este 0,5, iar media aritmetică a altor patru numere este 0,25. Media aritmetică a celor zece numere este:
a) 0,1; **b)** 0,4; **c)** 0,5; **d)** 0,375.

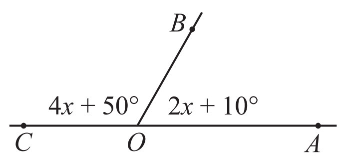
(5p) **5.** Numărul real $a = \left|2-\sqrt{3}\right| - \left|\frac{3}{2}-\sqrt{3}\right| + \sqrt{12} - 0{,}5$ este:
a) natural; **b)** întreg negativ; **c)** rațional neîntreg; **d)** irațional.

(5p) **6.** Ionuț merge cu bicicleta o distanță de 24 km între orele 8:10 și 11:40. El afirmă că a mers cu o viteză medie mai mare de 7 km/h. Afirmația lui Ionuț este:
a) adevărată; **b)** falsă.

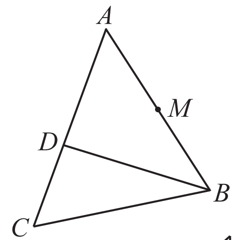
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată este prezentată schematic o stradă. Stâlpii de pe stradă sunt puși din 12 m în 12 m. Distanța dintre stâlpul S_{12} și S_{23} este:
a) 132 m; **b)** 120 m;
c) 144 m; **d)** 276 m.

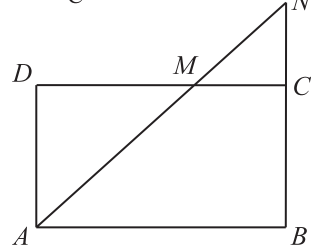
(5p) **2.** Unghiurile AOB și BOC, din figura alăturată, sunt adiacente suplementare. Valoarea lui x este:
a) 10°; **b)** 20°;
c) 30°; **d)** 15°.



(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, având $\sphericalangle ABC = 40°$ și $\sphericalangle ACB = 80°$. Dacă M este mijlocul laturii AB și $BD \perp AC$, atunci măsura unghiului BMD este:
a) 10°; **b)** 30°;
c) 60°; **d)** 120°.

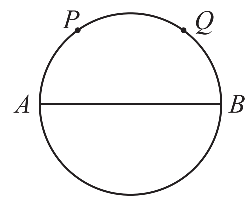


(5p) **4.** În figura alăturată, $ABCD$ este un dreptunghi cu $AB = 66$ cm și $BC = 36$ cm, iar M este un punct pe latura CD, $DM = 54$ cm. Dreapta AM intersectează dreapta BC în punctul N. Lungimea segmentului NC este:
a) 6 cm; **b)** 10 cm;
c) 8 cm; **d)** 12 cm.



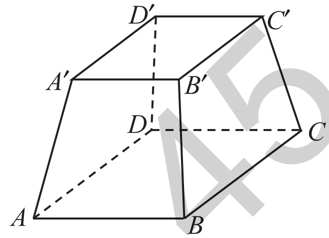
(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat un cerc, având diametrul $AB = 2$ cm. Dacă P și Q sunt puncte pe cerc, astfel încât $\overset{\frown}{AP} = \overset{\frown}{PQ} = \overset{\frown}{QB}$, atunci perimetrul patrulaterului $ABQP$ este:

a) 6 cm; **b)** 4 cm;
c) 2 cm; **d)** 5 cm.



(5p) **6.** Un postament al unei statui este reprezentat, în figura alăturată, sub forma de trunchi de piramidă patrulateră regulată cu latura bazei mari de 50 cm, latura bazei mici de 20 cm și înălțimea de 30 cm. Cantitatea de beton folosită pentru confecționarea postamentului este:

a) 39 dm^3; **b)** 39 cm^3;
c) 3900 cm^3; **d)** 0,39 m^3.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Suma de 300 de lei este plătită cu bancnote de 10 lei și de 5 lei, cel puțin câte o bancnotă de fiecare fel.

(2p) **a)** Care este numărul maxim de bancnote de 5 lei care poate fi folosit?

(3p) **b)** În câte moduri putem plăti suma de 300 de lei, în condițiile problemei?

2. Considerăm expresia $E(x) = \left(2+\dfrac{1}{x-3}\right):\left[1-\left(\dfrac{x-2}{x-3}\right)^2\right]$, $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{2, \dfrac{5}{2}, 3\right\}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = 3 - x$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{2, \dfrac{5}{2}, 3\right\}$.

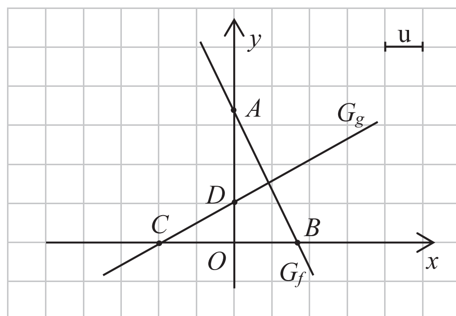
(3p) **b)** Calculează $E^2(547) - E(546) \cdot E(548)$.

3. În figura alăturată sunt trasate graficele funcțiilor f și g, într-un reper xOy, unde $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + 7$, $g(x) = \dfrac{1}{2}x + 2$.

A și B sunt punctele de intersecție a graficului funcției f cu axele de coordonate, iar C și D sunt punctele de intersecție a graficului funcției g cu axele de coordonate.

(2p) **a)** Arată că $M(2, 3)$ este punct comun celor două grafice.

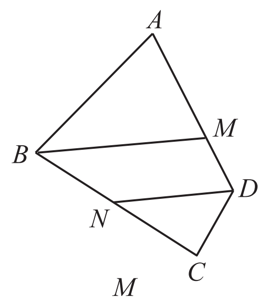
(3p) **b)** Demonstrează că D este ortocentrul triunghiului ABC.



4. Fie $ABCD$ un patrulater convex, BM ($M \in AD$) bisectoarea unghiului ABC și DN ($N \in BC$) bisectoarea unghiului ADC (vezi figura alăturată).

(2p) **a)** Dacă $\sphericalangle BAD = 80°$ și $BM \parallel DN$, calculează măsura unghiului BCD.

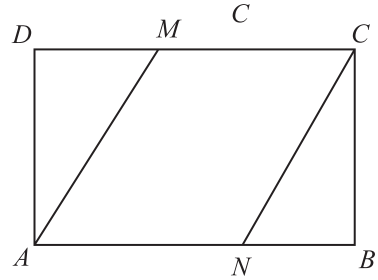
(3p) **b)** Știind că $\sphericalangle BAD = \sphericalangle DCB = 80°$, demonstrează că $BM \parallel DN$.



5. În figura alăturată este reprezentat schematic un parc sub forma dreptunghiului $ABCD$, cu $AB = 100$ m și $BC = 48$ m. Se știe că AM și CN sunt două alei, $DM = BN = 36$ m.

(2p) **a)** Arată că $AM \parallel CN$.

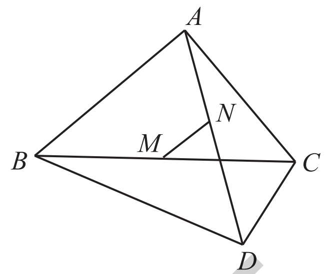
(3p) **b)** Calculează distanța dintre aleile AM și CN.



6. În figura alăturată ABC și DBC sunt două triunghiuri situate în plane diferite, cu $AB = AC = 5$ cm, $DB = DC = 5\sqrt{3}$ cm și $BC = 8$ cm.

(2p) **a)** Demonstrează că $BC \perp AD$.

(3p) **b)** Dacă, în plus, $AD = 10$ cm, calculează lungimea segmentului MN, unde M este mijlocul segmentului BC, iar N este mijlocul segmentului AD.



✦ TESTUL 54 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Dintre numerele 577, 152, 306 și 355, cel divizibil cu 17 este:
a) 577; **b)** 152; **c)** 306; **d)** 355.

(5p) **2.** Tabelul alăturat reprezintă situația statistică a absențelor, rezultată în urma monitorizării frecvenței elevilor dintr-o școală, în anul școlar 2019-2020. Numărul total de absențe înregistrate în acest an școlar este:

	Semestrul I	Semestrul II
Gimnaziu	870	590
Liceu	1730	1940

a) 5100; **b)** 5230;
c) 4130; **d)** 5130.

(5p) **3.** Considerăm mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |3x+1| < 7\}$. Numărul elementelor mulțimii A este:
a) 4; **b)** 5; **c)** 3; **d)** 2.

(5p) **4.** Dintre numerele $x = 2\sqrt{15}$, $y = 8$, $z = 3\sqrt{7}$ și $t = \sqrt{130} : \sqrt{2}$, cel mai mic este:
a) t; **b)** x; **c)** y; **d)** z.

(5p) **5.** Considerăm numerele $a = 12 + 3\sqrt{12}$, $b = 6(2-\sqrt{3})$. Patru elevi trebuie să calculeze media aritmetică a celor două numere. Ei obțin rezultatele din tabelul următor.

Elevul	Mihai	Ion	Maria	Ana
Rezultatul obținut	24	36	6	12

Elevul care a calculat corect este:
a) Mihai; **b)** Ion; **c)** Maria; **d)** Ana.

(5p) **6.** Fie $a = \frac{2}{3\cdot 5} + \frac{3}{5\cdot 8} + \frac{4}{8\cdot 12}$. Vlad afirmă că $a \in \left(\frac{1}{5}, \frac{1}{3}\right)$. Afirmația lui Vlad este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C, D, E, astfel încât $AB = BC = CD = \frac{DE}{2}$. Valoarea raportului $\frac{AD}{BE}$ este:

a) 0,75; **b)** $\frac{3}{2}$; **c)** $\frac{4}{3}$; **d)** 1.

✦ TESTUL 62 ✦

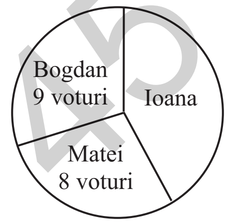
SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului $\left(1-\dfrac{4}{3}\right)^2 \cdot \dfrac{27}{4}$ este:

a) 4,5; **b)** 0,75; **c)** 1,5; **d)** 1.

(5p) **2.** În diagrama alăturată sunt prezentate opțiunile celor 30 de elevi ai clasei a VIII-a D, cu privire la alegerea șefului clasei. Numărul voturilor obținute de Ioana a fost:

a) 10; **b)** 11;
c) 12; **d)** 13.



(5p) **3.** Se aruncă un zar. Probabilitatea ca numărul punctelor care apar pe fața de sus a zarului să fie un divizor al lui 10 este:

a) $\dfrac{1}{3}$; **b)** $\dfrac{1}{2}$; **c)** $\dfrac{2}{3}$; **d)** $\dfrac{1}{6}$.

(5p) **4.** Cel mai mare număr natural $\overline{ab}$ pentru care $\dfrac{a+3b}{5a-b}=\dfrac{5}{9}$ este:

a) 510; **b)** 48; **c)** 84; **d)** 96.

(5p) **5.** Cel mai mare număr întreg care este mai mic decât $-4\sqrt{3}$ este:

a) –7; **b)** –6; **c)** –5; **d)** 6.

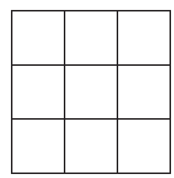
(5p) **6.** Roxana afirmă că jumătatea numărului 2^{10} este 2^5. Afirmația Roxanei este:

a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

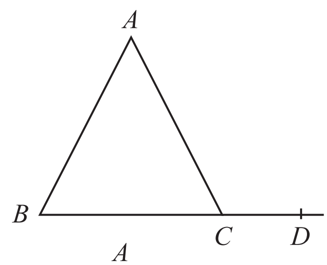
(5p) **1.** Împărțind fiecare latură a pătratului din figura alăturată în 3 părți egale, obținem o împărțire a interiorului pătratului în 9 pătrate mai mici. Dacă am împărți fiecare latură a pătratului inițial în 5 părți egale, numărul pătrățelelor care s-ar obține ar fi:

a) 10; **b)** 15;
c) 25; **d)** 125.



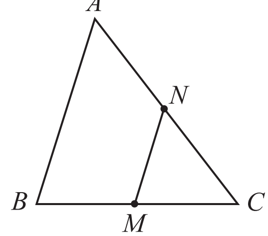
(5p) **2.** Triunghiul *ABC* din figura alăturată este echilateral, iar punctele *B*, *C* și *D* sunt coliniare. Măsura unghiului *ACD* este:

a) 60°; **b)** 120°;
c) 90°; **d)** 135°.



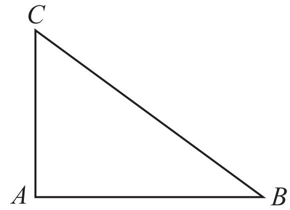
(5p) **3.** În figura alăturată, *MN* este o linie mijlocie a triunghiului *ABC*. Raportul dintre aria patrulaterului *ABMN* și aria triunghiului *CMN* este:

a) 4; **b)** $\dfrac{3}{4}$;
c) 3; **d)** 2.



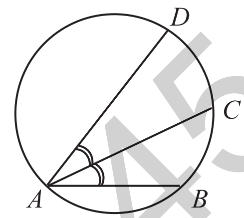
(5p) **4.** Triunghiul ABC din figura alăturată are $\sphericalangle A = 90°$, $BC = 15$ cm și $\sin(\sphericalangle C) = \frac{4}{5}$. Perimetrul triunghiului este:

a) 36 cm; **b)** 30 cm;
c) 48 cm; **d)** 52 cm.



(5p) **5.** În figura alăturată, AC este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BAD$, iar măsura arcului mic $\overset{\frown}{BD}$ este 100°. Unghiul $\sphericalangle BAC$ are măsura de:

a) 50°; **b)** 25°;
c) 75°; **d)** 12°30′.



(5p) **6.** Pentru a vopsi toate fețele unui tetraedru regulat cu muchia de 6 cm avem nevoie de 72 g vopsea. Cantitatea de vopsea necesară pentru a acoperi toate fețele unui tetraedru regulat cu muchia de 1 cm este:

a) 12 g; **b)** 6 g; **c)** 2 g; **d)** 1 g.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Denisa are cu 27 de ani mai puțin decât mama ei, care are cu un an mai puțin decât tatăl fetei. Denisa este de cinci ori mai tânără decât tatăl său.

(2p) **a)** Cu câți ani este mai tânără Denisa decât tatăl ei?

(3p) **b)** Determină vârsta fetei.

2. Se dă expresia $E(x) = \left(\frac{3}{2(x-1)} - \frac{1}{2(x+1)} - \frac{4}{x^2-1}\right) : \frac{x-2}{x^2-2x+1}$ unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1, 2\}$.

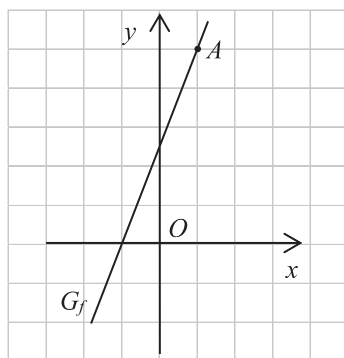
(2p) **a)** Arată că $E(x) = \frac{x-1}{x+1}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1, 2\}$.

(3p) **b)** Determină numerele naturale n, pentru care $E(n)$ este un număr din intervalul $[0, 1]$.

3. Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + 2$, unde $a \in \mathbb{R}$, al cărei grafic într-un reper cartezian xOy este reprezentat în figura alăturată. Punctul $A(1, 5)$ aparține graficului funcției.

(2p) **a)** Arată că $a = 3$.

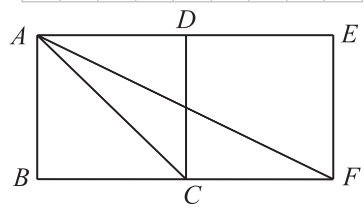
(3p) **b)** Determină punctul B, situat pe graficul funcției, care are coordonate egale.



4. În figura alăturată sunt reprezentate două pătrate, $ABCD$ și $CDEF$, având laturile de 10 cm.

(2p) **a)** Demonstrează că distanța de la punctul C la dreapta AF este $2\sqrt{5}$ cm.

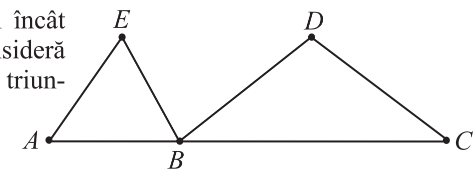
(3p) **b)** Calculează sinusul unghiului FAC.



5. În figura alăturată, A, B și C sunt trei puncte coliniare, astfel încât $BC = 3AB = 18$ cm. De aceeași parte a dreptei AC se consideră punctele D și E, astfel încât triunghiul EAB este echilateral, iar triunghiul BCD este isoscel cu $\sphericalangle BDC = 120°$.

(2p) **a)** Arată că dreptele BD și BE sunt perpendiculare.

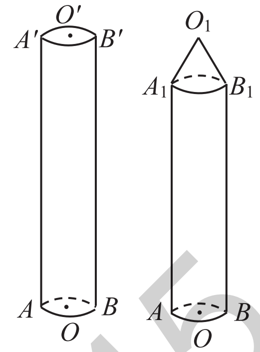
(3p) **b)** Demonstrează că dreptele DE și AC sunt paralele.



6. Un creion neascuțit are forma unui cilindru circular drept cu raza de 5 mm și generatoarea de 20 cm. Se ascute creionul, vârful ascuțit având forma unui con circular drept cu generatoarea de 13 mm, ca în figura alăturată.

(2p) **a)** Află volumul creionului neascuțit.

(3p) **b)** Ce procent din volumul creionului s-a îndepărtat prin ascuțire?

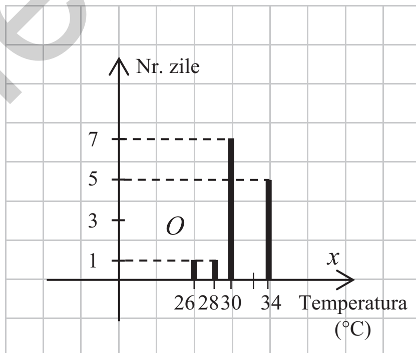


✦ TESTUL 63 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Numărul care este cu 7 mai mare ca –11 este:
a) –18; **b)** –4; **c)** 4; **d)** 18.

(5p) **2.** În luna iunie, timp de două săptămâni, se înregistrează temperatura la amiază, în fiecare zi, obținând rezultatele din tabelul alăturat. Temperatura medie în respectiva perioadă este:
a) 29,5 °C; **b)** 30°C;
c) 31°C; **d)** 31,5°C.



(5p) **3.** Alegem, la întâmplare, un număr din mulțimea $A = \{0, 1, 2, ..., 19\}$. Probabilitatea ca numărul ales să fie prim este:
a) 0,35; **b)** 0,4; **c)** 0,45; **d)** 0,5.

(5p) **4.** Numerele a și b sunt direct proporționale cu 2 și 3, iar suma lor este 12,5. Numărul mai mare este egal cu:
a) 5; **b)** 6,5; **c)** 7; **d)** 7,5.

(5p) **5.** Rezultatul calculului $\left(\frac{1}{\sqrt{8}}+\frac{1}{\sqrt{32}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right):\frac{\sqrt{2}}{2}$ este:
a) $-\frac{1}{4}$; **b)** 0; **c)** –1; **d)** 1.

(5p) **6.** Alice afirmă că suma cifrelor numărului $A = 5 \cdot 10^{100} + 22$ este 9. Afirmația fetei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

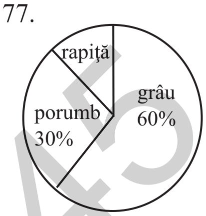
(5p) **1.** Numărul de segmente ce pot fi identificate în figura alăturată sunt:
a) 3; **b)** 4;
c) 5; **d)** 6.

✦ TESTUL 80 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Împărțind pe 87 la n, unde n este un număr natural nenul, $n \leq 50$, obținem restul 10. Valoarea lui n este:
a) 7; **b)** 11; **c)** 1; **d)** 77.

(5p) **2.** Un fermier a cultivat pe terenul său trei tipuri de culturi, ponderea acestora fiind prezentată în diagrama alăturată. Dacă rapița a fost plantată pe 5 ha, atunci suprafața cultivată de fermier este de:



a) 90 ha; **b)** 30 ha;
c) 50 ha; **d)** 100 ha.

(5p) **3.** Fie n un număr întreg negativ. Dacă suma numerelor întregi din intervalul $(n, 0)$ este egală cu -3, atunci valoarea lui n este:
a) -2; **b)** -1; **c)** -4; **d)** -3.

(5p) **4.** Fie n un număr natural, astfel încât fracția $\frac{6}{n-1}$ este număr întreg. Produsul tuturor valorilor lui n care îndeplinesc această condiție este egal cu:
a) 36; **b)** 168; **c)** 0; **d)** 24.

(5p) **5.** Patru elevi au avut de determinat aproximarea prin adaos la cifra sutimilor a numărului $\pi = 3{,}1415...$. Rezultatele obținute sunt înregistrate în tabelul următor.

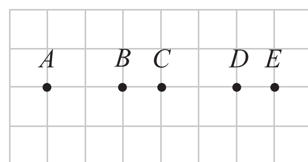
Paul	**Elvira**	**Ștefan**	**Denisa**
3,142	3,2	3,14	3,15

Elevul care a obținut rezultatul corect este:
a) Paul; **b)** Denisa; **c)** Ștefan; **d)** Elvira.

(5p) **6.** Remus afirmă că în intervalul $\left(\sqrt{5}, \sqrt{8}\right)$ nu există numere întregi. Afirmația lui Remus este:
a) adevărată; **b)** falsă.

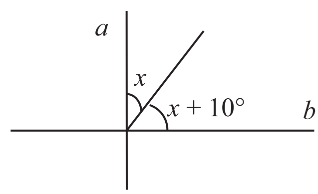
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, D și E. Punctul C este mijlocul segmentului:



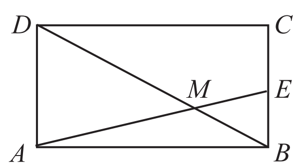
a) BE; **b)** BD;
c) AE; **d)** DA.

(5p) **2.** În figura alăturată, dreptele a și b sunt perpendiculare. Valoarea lui x este:



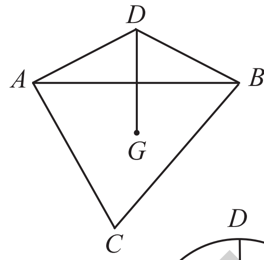
a) 90°; **b)** 130°;
c) 40°; **d)** 140°.

(5p) **3.** Figura alăturată reprezintă o rețea de drumuri care unesc localitățile A, B, C, D și E. Punctele A, B, C, D sunt vârfurile unui dreptunghi, E este la mijlocul distanței dintre B și C, iar intersecția drumurilor AE și BD este reprezentată de punctul M. Dacă distanța de la A la M este parcursă la pas în 2 ore, atunci timpul necesar pentru a ajunge la pas din A în E este:



a) 1 h; **b)** 3 h;
c) 4 h; **d)** 30 min.

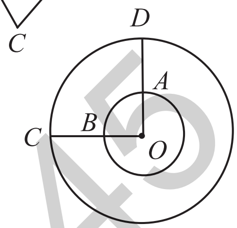
(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC, având aria egală cu 300 m^2. Dacă punctul D este simetricul centrului de greutate G față de latura AB, atunci aria patrulaterului $DACB$ este:



a) 400 m^2; **b)** 200 m^2;

c) 350 m^2; **d)** 330 m^2.

(5p) **5.** Cercurile din figura alăturată au același centru O. Dacă $OA = 1$ cm, $OC =$ $= 3$ cm și lungimea arcului AB este egală cu $\frac{\pi}{2}$ cm, atunci lungimea arcului CD va fi egală cu:



a) 9π cm; **b)** π cm;

c) 90°; **d)** $\frac{3\pi}{2}$ cm.

(5p) **6.** Numărul de bile metalice cu raza de 1 cm ce trebuie topite pentru a putea obține o bilă cu raza de 1 dm este:
a) 100; **b)** 10; **c)** 1000; **d)** 250.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Alexandra are câteva nuci. Ea a constatat că dacă le numără câte trei sau câte cinci, îi rămâne câte o nucă, iar dacă le numără câte șapte, obține un număr întreg de grupe.

(2p) **a)** Este posibil ca Alexandra să aibă 31 de nuci? Justifică răspunsul.

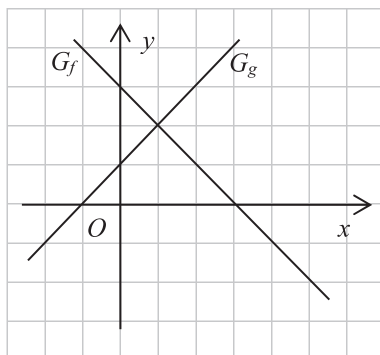
(3p) **b)** Determină numărul nucilor Alexandrei, știind că acest număr este cel mai mic posibil.

2. Se consideră expresia $E(x) = x(x-2)^2 - (x-5)\cdot x^2 - 5x + 1$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Arată că $E(n)$ este număr întreg impar, oricare ar fi numărul întreg n.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(x)\cdot E(-x) \geq 1$, pentru orice număr real x.

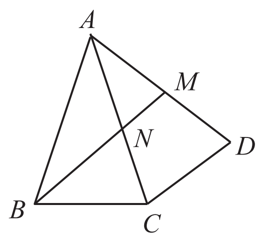
3. Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -x + 3$, $g(x) = x + 1$.



(2p) **a)** Află coordonatele punctului de intersecție dintre graficele celor două funcții.

(3p) **b)** Determină aria figurii delimitate de cele două grafice și axa absciselor a sistemului de axe ortogonale xOy.

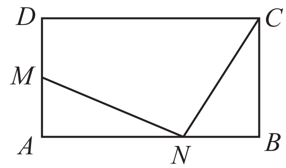
4. În figura alăturată sunt reprezentate două triunghiuri isoscele cu interioarele disjuncte și $AB = AC = AD = 12$ cm. Măsurile unghiurilor BAC și CAD sunt egale cu 30°, punctul M este mijlocul AD, iar punctul N este intersecția dreptelor BM și AC.



(2p) **a)** Arată că $BM \perp AD$.

(3p) **b)** Demonstrează că lungimea segmentului NC este mai mare de 5 cm.

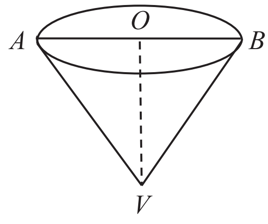
5. O grădină are forma dreptunghiului $ABCD$ din figura alăturată. Punctul M este mijlocul laturii AD, iar punctul N aparține laturii AB, astfel încât $AN = 2NB$.



(2p) **a)** Arată că triunghiurile BCN și AMN au ariile egale.

(3p) **b)** Dacă $\mathcal{A}_{AMN} = 60$ m^2, află suprafața grădinii.

6. La un atelier, dintr-o bucată de tablă, având forma unui sector de disc cu unghiul la centru $\alpha = 216°$, se obține o pâlnie conică cu înălțimea $VO = 24$ cm, ca în figura alăturată.



(2p) **a)** Arată că suprafața bucății de tablă este mai mare de 1690 cm^2.

(3p) **b)** Determină distanța de la punctul A la dreapta VB.

SOLUȚII

TEME RECAPITULATIVE

TEMA 1. Numere naturale. Numere întregi

1. a) 50; b) 21; c) 2; d) 27. **2.** 45. **3.** Valoarea minimă este 0, iar valoarea maximă este 30. **4.** $n \in \{60, 61, 64, 69\}$. **5.** 1077, 1087. **6.** $a = 15$, $b = 4$. **7.** $a = 20$, $b = 60$, $c = 422$. **8.** 283. **9.** a) 16; b) 0; c) 7; d) 28; e) 32; f) 54; g) 7; h) 12. **10.** b) $a = 2^{30} = 8^{10} < 9^{10} = 3^{20} = b$. **11.** a) $a = (2 \cdot 3^{21})^2$; b) Cum ultima cifră a numărului b este 7, rezultă că b nu este pătrat perfect. **12.** a) Numărul a este suma a 12 numere impare, deci este un număr par; b) $a = (1 + 3 + 3^2 + 3^3) + (3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7) + (3^8 + 3^9 + 3^{10} + 3^{11}) = 40(1 + 3^4 + 3^8) \vdots 10$. **13.** $a = 12 \cdot 14^n \vdots 12$. **14.** $\overline{abcd} = 100\,\overline{ab} + \overline{cd} = 300\,\overline{cd} + \overline{cd} = 7 \cdot 43 \cdot \overline{cd} \vdots 7$. **15.** $p = 2$, $q = 3$, $r = 7$. **16.** a) $56 = 2^3 \cdot 7$, $72 = 2^3 \cdot 3^2$, $144 = 2^4 \cdot 3^2$, $2700 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$; b) 10 divizori naturali. **17.** a) $n \in \{70, 72, 74, 76, 78\}$; b) $n \in \{630, 612, 684, 666, 648\}$; c) $n \in \{252, 552, 852, 156, 456, 756\}$; d) $n \in \{170, 125\}$. **18.** $(48, 60) = 12$, $[48, 60] = 240$; b) $(12, 15, 18) = 3$, $[12, 15, 18] = 180$. **19.** Fie x numărul maxim de pachete. Atunci, cum 168, 96 și 72 trebuie să se dividă cu x, rezultă că x este cel mai mare divizor comun al numerelor 168, 96, 72, adică $x = 24$. **20.** Fie x numărul florilor din florărie. Din relațiile $x = 18a + 3 = 24b + 3$ ($a, b \in \mathbb{N}$), deducem că $x - 3 = 72k$ sau $x = 72k + 3$ ($k \in \mathbb{N}$). Cum $450 < 72k + 3 < 570$, rezultă că $x = 72 \cdot 7 + 3 = 507$. **21.** Fie x numărul de sportivi. Avem $x = 6a + 3 = 5b + 1 = 9c + 6$, deci $x + 3 = 6(a + 1) = 4(b + 1) = 9(c + 1)$ ($a, b, c \in \mathbb{N}$). De aici rezultă că $x + 3 = 36k$ ($k \in \mathbb{N}$) și, cum $x + 3 < 53$, deducem că $x = 33$. Numărul maxim de grupe este 11, iar numărul de sportivi dintr-o grupă este 3. **22.** Fie a numărul CD-urilor de 54 de lei și b numărul CD-urilor de 90 de lei cumpărate de Sanda. Avem $54a + 90b = 486$ sau $3a + 5b = 27$. Cum 3 divide pe $3a$ și pe 27, rezultă că 3 divide pe $5b$. De aici, având în vedere că $0 < b < 6$, rezultă că $b = 3$. Deci, $a = 4$ și $b = 3$. Sanda a cumpărat 7 CD-uri. **23.** a) $-7 < -3 < -2 < 0 < 1 < 4 < 9$; b) $7 > 3 > 1 > -1 > -2 > -4 > -5$. **24.** $-8 = (-8) + (-1) + (+1)$. **25.** a) -3; b) 1; c) 5; d) 1; e) -1; f) 21; g) 3; h) 11. **26.** $-17°$C. **27.** Divizorii întregi ai numărului 288 sunt $-1, 1, -2, 2, -3, 3, \ldots$ Suma lor este 0. **28.** $(x + 1) \mid (2x + 5) \Leftrightarrow (x + 1) \mid ((2x + 5) - 2(x + 1)) \Leftrightarrow (x + 1) \mid 3 \Leftrightarrow x + 1 \in \{-3, -1, 1, 3\} \Leftrightarrow x \in \{-4, -2, 0, 2\}$. **29.** $|x| > 3 \Leftrightarrow x \in \{\ldots, -6, -5, -4, 4, 5, 6, \ldots\}$; $|x + 1| \le 6 \Leftrightarrow x + 1 \in \{-6, -5, -4, \ldots, 4, 5, 6\} \Leftrightarrow x \in \{-7, -6, -5, -4, -3, \ldots, 3, 4, 5\}$. Deci, $x \in \{-7, -6, -5, -4, 4, 5\}$. **30.** $(x + 1)(y + 1) = 5 \Leftrightarrow (x, y) \in \{(-6, -2), (-2, -6), (0, 4), (4, 0)\}$.

TEMA 2. Numere raționale

1. a) 1; b) 1; c) -2; d) 1; e) $-\dfrac{1}{12}$; f) 2; g) 14; h) $\dfrac{5}{6}$. **2.** a) $n \in \{0, 1, 2\}$; b) $n = 3$; c) $n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. **3.** Opusul lui a este $-a = 1{,}25$. Inversul lui a este $\dfrac{1}{a} = -\dfrac{4}{5}$. Modulul lui a este $|a| = 1{,}25$. **4.** $\dfrac{6}{15} = 0{,}4$; $\dfrac{11}{5} = 5{,}5$; $\dfrac{1}{625} = 0{,}0016$. **5.** a) $-\dfrac{5}{4} < -\dfrac{1}{2} < -0{,}(4) < 1{,}1(3) < \dfrac{4}{3} < 1{,}7$; b) $0{,}(3) > 0{,}33 > 0{,}(32) > 0{,}3(2) > 0{,}3 > 0{,}2(3)$. **6.** $\left[\dfrac{23}{4}\right] = 5, \left\{\dfrac{23}{4}\right\} = 0{,}75$, $\left[-\dfrac{9}{5}\right] = -2, \left\{-\dfrac{9}{5}\right\} = 0{,}2$. **7.** $A \cap \mathbb{N} = \{2; 5\}$, $A \cap \mathbb{Z} = \{-7; 2; 5\}$, $A \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}) = \left\{-\dfrac{23}{3}; -3{,}4; 0{,}5; 1{,}(2)\right\}$. **8.** $a = 5$; $b = 1$. **9.** $(a - 2)^{10} = (1 - 2)^{10} = 1$. **10.** $a = 10 \in \mathbb{N}$. **11.** $a = \left(\dfrac{1}{1} - \dfrac{1}{2}\right) + \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3}\right) + \left(\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4}\right) + \ldots + \left(\dfrac{1}{8} - \dfrac{1}{9}\right) + \left(\dfrac{1}{9} - \dfrac{1}{10}\right) = \dfrac{9}{10} = 0{,}9$. **12.** $\left(\dfrac{2a}{3}\right)^{100} = \left(\dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{3}{2}\right)^{100} = 1$. **13.** $\dfrac{12}{7}$. **14.** Dacă n este impar, atunci $a = -\dfrac{2}{3} + \dfrac{3}{4} - \dfrac{5}{6} = -\dfrac{3}{4}$, iar dacă n este par, atunci $a = \dfrac{2}{3} - \dfrac{3}{4} + \dfrac{5}{6} = \dfrac{3}{4}$. Prin urmare, $|a| = \dfrac{3}{4}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$. **15.** $9x = 9 \cdot \dfrac{10}{9} = 10 \in \mathbb{N}$. **16.** Avem $\dfrac{48}{5} \cdot \dfrac{a}{b} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow b \mid 48$

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ

PRECIZĂRI

Subiectul I și Subiectul al II-lea

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Subiectul al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut.

TESTUL 1

Subiectul I. 1. c). **2.** c). **3.** b). **4.** d). **5.** a). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** d). **3.** a). **4.** c). **5.** b). **6.** b).
Subiectul al III-lea. 1. Fie x lungimea drumului în kilometri. a) Dacă în prima zi biciclistul ar fi parcurs 13 km, atunci $\frac{x}{3}-5=13$, de unde rezultă că $x = 54$ km, ceea ce nu este posibil, deoarece numai în ultima zi biciclistul a parcurs 55 km. Deci, nu este posibil ca biciclistul să fi parcurs în prima zi 13 km; b) În prima zi biciclistul a parcurs $\left(\frac{x}{3}-5\right)$ km, iar în a doua zi a parcurs $\left[15+\frac{1}{3}\left(\frac{2x}{3}+5\right)\right]$ km. Din ecuația $\frac{x}{3}-5+15+\frac{1}{3}\left(\frac{2x}{3}+5\right)+55=x$ rezultă că $x = 150$ km. **2.** a) $E(2) = -9$; b) $E(x) = x^2 - 6x - 1 = (x-3)^2 - 10 \geq -10$, pentru orice număr real x. **3.** a) $A(-3, 0)$, $B(0, 4)$; b) B este mijlocul segmentului AP, deci $x_B = \frac{x_A + x_P}{2}$ și $y_B = \frac{y_A + y_P}{2}$, de unde rezultă că $x_P = 3$ și $y_P = 8$, deci $P(3, 8)$. **4.** a) $\mathcal{A}_{ADC} = \frac{AB \cdot DC}{2} = 48$ cm^2; b) Fie $\{F\} = DE \cap AC$. Deoarece $\sphericalangle FDC + \sphericalangle FCD = \sphericalangle BDE + \sphericalangle ACB = 90°$, rezultă că $EF \perp AC$. Din relațiile $EF \perp AC$ și $CB \perp AE$, deducem că D este ortocentrul triunghiului ACE, deci $AD \perp EC$. **5.** a) Aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul ADC, obținem $AC = 15$ cm. Cum $DC \parallel AB$, avem $\Delta DOC \sim \Delta BOA$, deci $\frac{OC}{OA}=\frac{DC}{AB}=\frac{9}{16}$. Din relațiile $\frac{OC}{OA}=\frac{9}{16}$ și $OC + OA = 15$, deducem că $OA = \frac{48}{5}$ cm; b) Analog, obținem $OD = \frac{36}{5}$ cm. Cum $OA^2 + OD^2 = AD^2$, rezultă că diagonalele trapezului, AC și BD, sunt perpendiculare. **6.** a) Deoarece $BB' \perp (ABC)$ și $BM \perp CM$, rezultă că $B'M \perp CM$, deci $\mathcal{A}_{CMB'} = \frac{CM \cdot MB'}{2} = \frac{6\sqrt{3} \cdot 10}{2} = 30\sqrt{3}$ cm^2; b) $d(A, (CMB')) = \frac{BB' \cdot \mathcal{A}_{ACM}}{\mathcal{A}_{CMB'}} = \frac{24}{5} = 4{,}8$ cm.

TESTUL 2

Subiectul I. 1. b). **2.** a). **3.** a). **4.** d). **5.** c). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** c). **3.** c). **4.** b). **5.** c). **6.** d).
Subiectul al III-lea. 1. a) Dacă r este numărul merelor roșii, g al celor galbene și v al celor verzi, atunci, din relațiile $\frac{r}{2}=\frac{g}{5}=\frac{v}{6}$ și $r + g + v = 52$, rezultă că $r+\frac{5r}{2}+3r = 52$, de unde $r = 8$; b) Notăm cu x numărul merelor galbene care ar

Subiectul al III-lea. 1. Fie a numărul elevilor absenți și n numărul total al elevilor din clasă. Atunci $a = \frac{1}{9}(n-a)$, de aici, $n = 10a$. Deci, a) $n = 30 \Rightarrow a = 3$; b) $a = 3 \Rightarrow n = 30$. **2.** b) $E(n) \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3 \mid n-1 \Leftrightarrow n \in \{1, 4, 7, ..., 100\}$; există 34 de valori convenabile ale lui n. **3.** a) $A(3, 0)$, $B(0, 4)$ și $AB = 5$; b) $D(-3, 8)$ și cum $f(-3) = 8$, punctul D este pe graficul funcției f. **4.** a) Cum $BC^2 = BE^2 + CE^2$, rezultă că triunghiul BCE este dreptunghic isoscel. Din $\sphericalangle ACB = \sphericalangle CBE = 45°$, rezultă că $AC \parallel BE$; b) Deoarece $\Delta BFE \sim \Delta CFA$ (pentru că $BE \parallel AC$), rezultă că $\frac{BF}{FC} = \frac{BE}{AC}$, deci $\frac{BF}{FC} = \frac{1}{2}$. Deducem $BF = \frac{4}{3}$ cm $= \frac{1}{3}BC$. **5.** a) 180 m²; b) $DM < CM$, traseul $N–D–M$ este mai scurt decât $N–C–M$. **6.** a) $6\sqrt{6}$ cm; b) 60°.

TESTUL 53

Subiectul I. 1. a). **2.** d). **3.** c). **4.** b). **5.** a). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. a). **2.** b). **3.** d). **4.** c). **5.** d). **6.** a).
Subiectul al III-lea. 1. a) 58; b) Dacă folosim a bancnote de 10 lei și b bancnote de 5 lei, $a, b \neq 0$, găsim $b = 60 - 2a$, $a = 1, 2, ..., 29$. Sunt 29 de soluții. **2.** a) $E(x) = \frac{2x-5}{x-3} \cdot \frac{(x-3)^2}{(-1)(2x-5)} = 3 - x$; b) $E^2(547) - E(546) \cdot E(548) = 544^2 - 543 \cdot 545 = a^2 - (a-1)(a+1) = 1$; **3.** a) $f(2) = g(2) = 3$; b) CM și AO sunt înălțimi în triunghiul ABC. **4.** a) $\sphericalangle ABM = \sphericalangle MBC$ (BM bisectoare), $\sphericalangle MBC = \sphericalangle DNC$ ($BM \parallel ND$), deci $\sphericalangle ABM = \sphericalangle DNC$. La fel $\sphericalangle AMB = \sphericalangle NDC$. Astfel: $\sphericalangle BCD = 180° - (\sphericalangle CND + \sphericalangle CDN) = 180° - (\sphericalangle ABM + \sphericalangle AMB) = \sphericalangle BAD = 80°$; b) Fie $\sphericalangle ABC = 2a$ și $\sphericalangle ADC = 2b$, atunci $a + b = 100°$. Astfel: $\sphericalangle CND = 180° - (\sphericalangle NDC + \sphericalangle NCD) = 100° - b = a = \sphericalangle CBM$. Rezultă că $BM \parallel DN$. **5.** a) Cum AN și MC sunt paralele și egale, rezultă că $ANCM$ este paralelogram, deci $AM \parallel CN$; b) Aria paralelogramului ANCM este $64 \cdot 48 = 3072$ m² și $CN \cdot h$, h distanța dintre AM și CN, de aici $60 \cdot h = 3072$, deci $h = 51{,}2$ m. **6.** a) Avem $BC \perp AM$ și $BC \perp MD \Rightarrow BC \perp (AMD)$ și cum $AD \subset (AMD) \Rightarrow BC \perp AD$; b) Cum triunghiul ACD este dreptunghic (deoarece $AD^2 = AC^2 + DC^2$) și CN este mediană, rezultă $CN = 5$ cm. La fel, $BN = 5$ cm. Din triunghiul NMC, rezultă că $MN = 3$ cm.

TESTUL 54

Subiectul I. 1. c). **2.** d). **3.** a). **4.** b). **5.** d). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. a). **2.** b). **3.** b). **4.** d). **5.** c). **6.** d).
Subiectul al III-lea. 1. a) Da. Se folosesc șase bidoane de doi litri și șase bidoane de șase litri; b) 13 bidoane. **2.** a) $E(x) = \left[\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-1} + \frac{x}{2(x+1)}\right] \cdot \frac{x^2-1}{2x^2} = \frac{x(x+1)}{2(x^2-1)} \cdot \frac{x^2-1}{2x^2} = \frac{x+1}{4x}$; b) $E(-x) = \frac{-x+1}{-4x} = \frac{x-1}{4x}$. **3.** a) $A(0, 2) \in Oy$; b) $B(-2, 0)$, $C(2\sqrt{3}, 0)$, $\sphericalangle BAO = 45°$, $\sphericalangle CAO = 60°$ și $\sphericalangle BAC = 105°$. **4.** a) $CD = 16$ cm, $AB = 25$ cm; b) $AB^2 = AC^2 + BC^2$, deci $\sphericalangle ACB = 90°$. **5.** a) $NC \parallel AM$ și $NC = AM$ (căci $\Delta NOC \equiv \Delta MOA$ (C.U.)), deci $AMCN$ este paralelogram și cum $AC \perp MN$, rezultă că $AMCN$ este romb; b) $\Delta CON \sim \Delta CDA \Rightarrow \frac{NO}{AD} = \frac{CO}{CD} \Rightarrow NO = 37{,}5$ m și $MN = 75$ m. **6.** a) $MA \perp (ABC)$ și $NO \perp (ABC) \Rightarrow MA \parallel NO$, deci punctele M, A, O și N sunt coplanare. Cum $\sphericalangle NOC = \sphericalangle MAC = 90°$ și $\frac{NO}{MA} = \frac{CO}{CA}$ rezultă că $\sphericalangle NCO = \sphericalangle MCO$, deci M, N, C sunt coliniare; b) AN este mediană în ΔMAC, dreptunghic în A, deci $AN = \frac{MC}{2}$. BN este mediană în ΔMBC, dreptunghic în B, deci $BN = \frac{MC}{2}$. Rezultă că $AN = BN = MN = CN$. Astfel, N este centrul sferei care conține punctele M, A, B și C, iar raza sferei este egală cu $\frac{MC}{2} = \sqrt{41}$ m.

Subiectul al III-lea. 1. a) Nu, deoarece numărul $4z + 6$ este par; b) Dacă notăm cu z numărul zilelor alocate și cu p numărul problemelor de rezolvat, atunci $p = 4z + 6$ și $p = 5(z - 1)$. Se obține $p = 50$. **2.** a) $E(x) = \frac{x+1}{x-1}$; b) $S = (1, +\infty)$. **3.** b) $A(1, 0)$, $B(0, -4)$, $\mathcal{A}_{AOB} = \frac{OA \cdot OB}{2} = 2$. **4.** a) $OA = OC = 6\sqrt{2}$, deci $AE = 18\sqrt{2}$; b) Fie $EF \perp AD$, $F \in AD$. Triunghiul AFE este dreptunghic isoscel, astfel că $EF = 18$ cm. **5.** a) $\Delta DOC \sim \Delta BOA$, deci $OD = OC = 6$ cm, $OB = OA = 12$ cm; b) Triunghiul AOB este echilateral, prin urmare $BR \perp OA$. Segmentul RM este mediana ipotenuzei în triunghiul dreptunghic RBC, deci $RM = \frac{BC}{2} = 3\sqrt{7}$ cm. **6.** a) Din $120° = 360° \cdot \frac{R}{G}$ rezultă că $G = 3R$. Atunci $G = 15$ cm, $R = 5$ cm, $H = 10\sqrt{2}$ cm, iar $10\sqrt{2} \in (14, 15)$; b) $AB \cdot VO = AV \cdot VB \cdot \sin(\sphericalangle AVB)$, prin urmare $\sin(\sphericalangle AVB) = \frac{4\sqrt{2}}{9}$.

TESTUL 80

Subiectul I. 1. b). **2.** c). **3.** d). **4.** c). **5.** b). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** c). **3.** b). **4.** a). **5.** d). **6.** c).
Subiectul al III-lea. 1. a) Nu, deoarece 31 nu se divide cu 7; b) Fie n numărul minim de nuci. Atunci $n = 5x + 1$, $n = 3y + 1$, $n = 7p$. Obținem $(n - 1) \vdots 15$, deci $n = 15k + 1$ și $n \vdots 7$. Cea mai mică valoare este $n = 91$. **2.** a) $E(x) = x^2 - x + 1$, deci $E(n) = n(n - 1) + 1$ este număr impar, deoarece $n(n - 1) \vdots 2$; b) $E(x) \cdot E(-x) = x^4 + x^2 + 1 \geq 0 + 0 + 1 = 1$, oricare ar fi numărul real x. **3.** a) Fie $P(a, b) \in G_f \cap G_g$; atunci $f(a) = b$ și $g(a) = b$, adică $a = 1$, $b = 2$; b) Obținem că $G \cap Ox = \{A(3, 0)\}$, $G_f \cap Oy = \{B(-1, 0)\}$, iar $\mathcal{A}_{PAB} = 4$. **4.** a) Deoarece triunghiul BAD este echilateral și $AM = MD$, rezultă că $BM \perp AD$; b) Cum $AN = BN = 4\sqrt{3}$ cm, rezultă că $NC = \left(12 - 4\sqrt{3}\right)$ cm > 5 cm. **5.** a) $\mathcal{A}_{BCN} = \frac{AB \cdot AD}{6}$, iar $\mathcal{A}_{AMN} = \frac{AB \cdot AD}{6}$, deci $\mathcal{A}_{BCN} = \mathcal{A}_{AMN}$; b) Din $\frac{AB \cdot AD}{6} = 60$ m^2, rezultă că $\mathcal{A}_{ABCD} = 360$ m^2. **6.** a) Din relația $216 = 360 \cdot \frac{R}{G}$ rezultă $G = \frac{5R}{3}$. Atunci $VO = \sqrt{G^2 - R^2} = \frac{4R}{3}$, de unde $R = 18$ cm și $G = 30$ cm; $\mathcal{A}_\ell = \pi RG = 540\pi > 1690$ cm^2; b) $d(A, VB) = 2 \cdot \mathcal{A}_{VAB} : VB = \frac{2R \cdot H}{G} = 28{,}8$ cm.

Cuprins